los valores del rango. En el caso de las funciones trigonométricas el dominio corresponde a la apertura del ángulo y el rango a la función trigonométrica.

Definición de amplitud y periodo

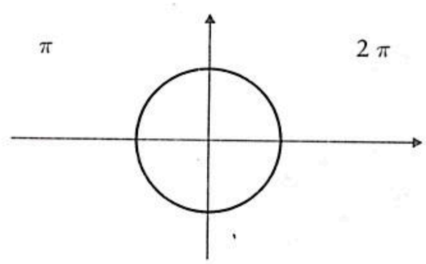
Amplitud es el máximo desplazamiento de la función desde el origen, lo que representa al rango de la misma.

El periodo es cada cuanto se repite la porción principal de la gráfica.

Estos términos son muy útiles para el estudio de señales en electrónica y otras áreas de ingeniería.

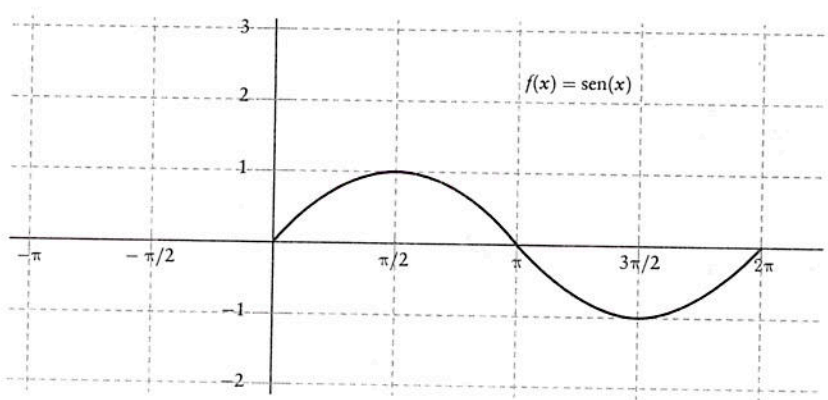
Graficar las funciones trigonométricas básicas

Partiremos del círculo unitario:



Se darán los ángulos notables tanto en radianes como en grados $0°, 90°, 180°, 270°$ y $360°$.

Función seno:



Donde

$\text{sen}\,(0°) = 0$

$\text{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$

$\text{sen}\,(\pi) = 0$

$\text{sen}\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -1$

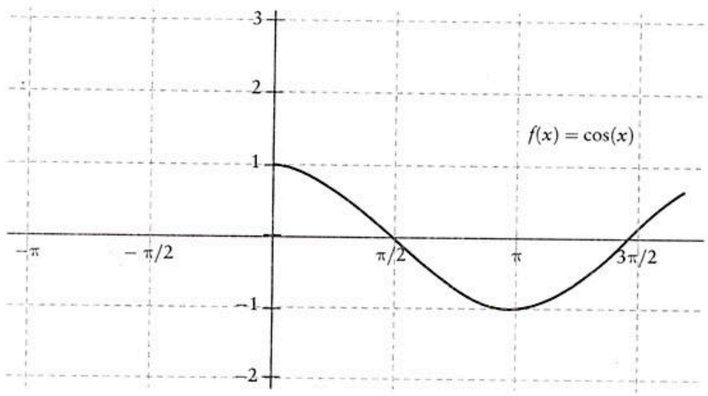
$\text{sen}\,(2\pi) = 0$

$Df: R$

$Rf: [-1, 1]$

$\text{periodo} = 2\pi$

Función coseno:



Donde:

$\cos(0°) = 1$

$\cos\dfrac{\pi}{2} = 0$

$\cos(\pi) = -1$

$\cos\dfrac{3\pi}{2} = 0$

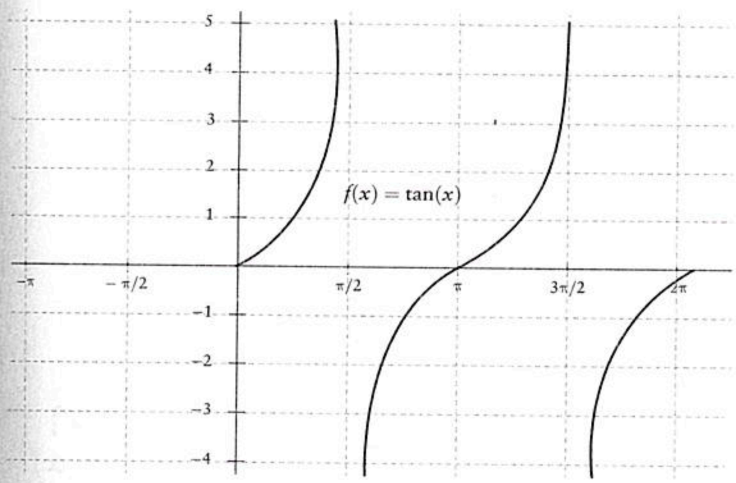
$\cos(2\pi) = 1$

Df: R

Rf: $[-1, 1]$

periodo: 2π

Función tangente:



Donde:

$\tan(0°) = 0$

$\tan\dfrac{\pi}{2} = \infty$

$\tan(\pi) = 0$

$\tan\dfrac{3\pi}{2} = -\infty$

$\tan(2\pi) = 0$

$Df: R - \left\{\left(n + \frac{1}{2}\right)\pi, n \in Z\right\}$

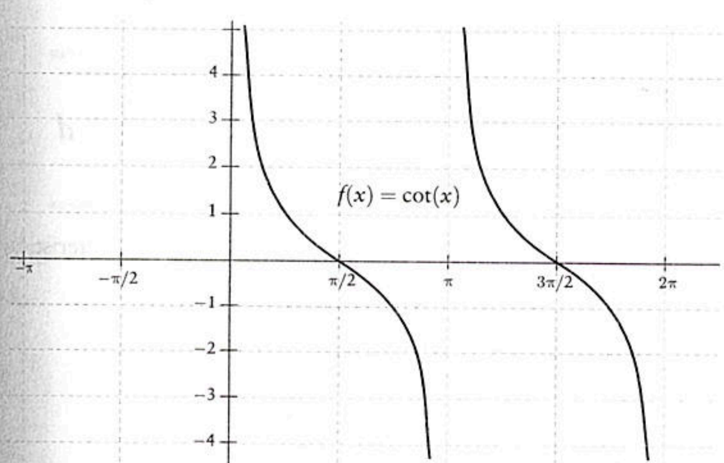
Rf: R

Periodo: π

A.V. $x = \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi$

A continuación sus recíprocas con los mismos ángulos en radianes

Función cotagente:



Donde:

$\cot(0°) = \infty$

$\cot\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 1$

$\cot(\pi) = \infty$

$\cot\left(\dfrac{3\pi}{2}\right) = -1$

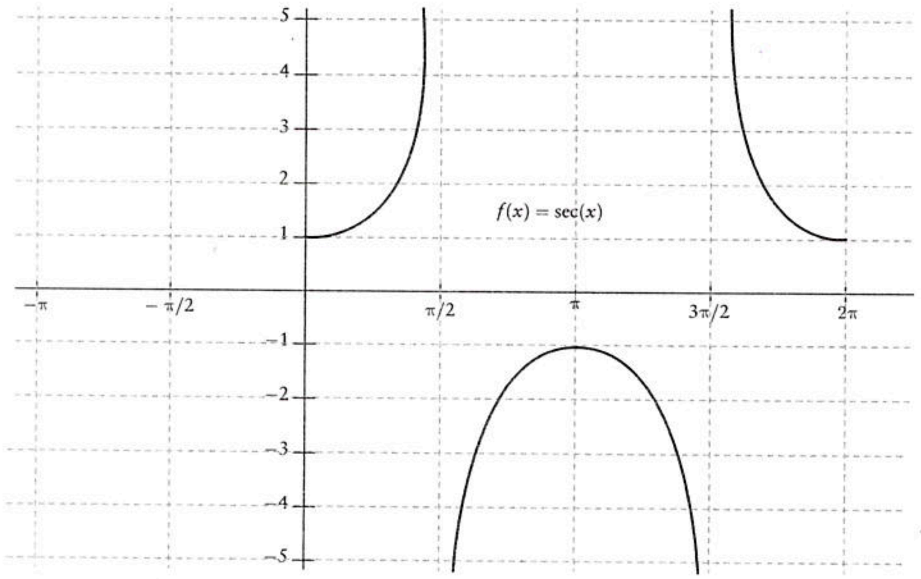
$\cot(2\pi) = \infty$

Df: $R - \{n\pi, n \in Z\}$

Rf: R

A.V. $x = n\pi$

Función secante:



Donde:

$\sec(0°) = 1$

$\sec \dfrac{\pi}{2} = \infty$

$\sec(\pi) = -1$

$\sec \dfrac{3\pi}{2} = \infty$

$\sec(2\pi) = 1$

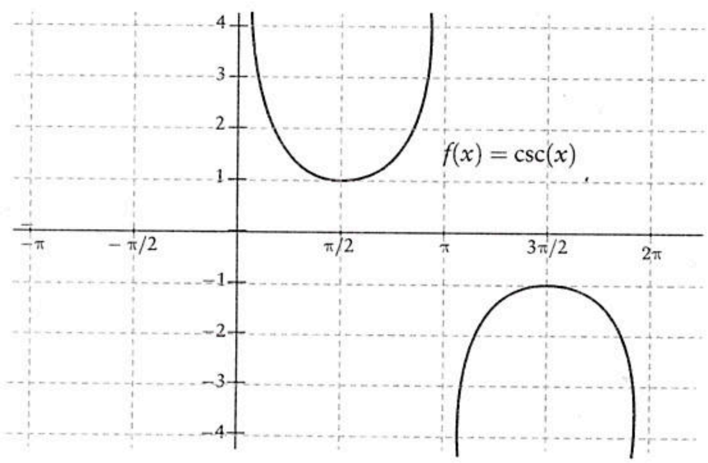
$Df{:}R - \{(n + \frac{1}{2})\pi, n \in Z\}$

$Rf{:}(-\infty,\ -1] \cup [1,\ \infty)$

periodo: 2π

$A.V.\ x = (n + \frac{1}{2})\pi$

Función cosecante:



Donde:

$\csc(0°) = \infty$

$\csc\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 1$

$\csc(\pi) = \infty$

$\csc\left(\dfrac{3\pi}{2}\right) = -1$

$\csc(2\pi) = \infty$

$Df{:}\ R - \{n\pi, n \in Z\}$

$Rf{:}\ (-\infty, -1] \cup [1, \infty)$

periodo: 2π

$A.V.\ x = n\pi$

Explorar el cambio gráfico que se produce al modificar los parámetros "*a, b, c* y *d*" en funciones del tipo $y = a\ \text{sen}(bx + c) + d$ y $y = a\cos(bx + c) + d$ utilizando un graficador

Nos guiaremos con las básicas SENO y COSENO a éstas les modificamos sus características *a*, *b*, *c* y *d*.

Sabemos que cada término se describe como:

$y = a\ \text{sen}\ (bx + c) + d$ o para $y = a\cos\ (bx + c) + d$

a = amplitud, alarga o acorta la figura

b = cociente para el periodo, reduce o amplia la onda

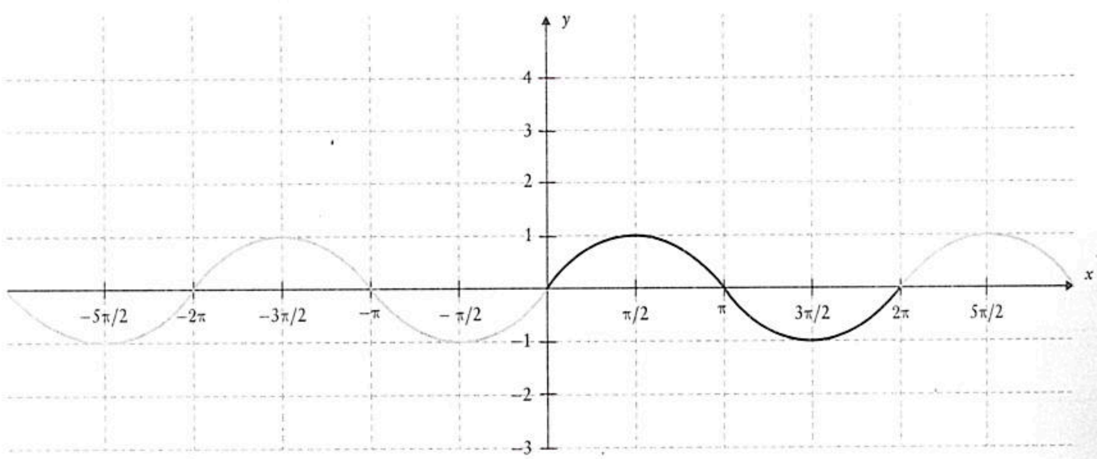
c = desplazamiento horizontal en el ángulo de la función

d = desplazamiento vertical de la función.

Se hacen las siguientes consideraciones en los términos:

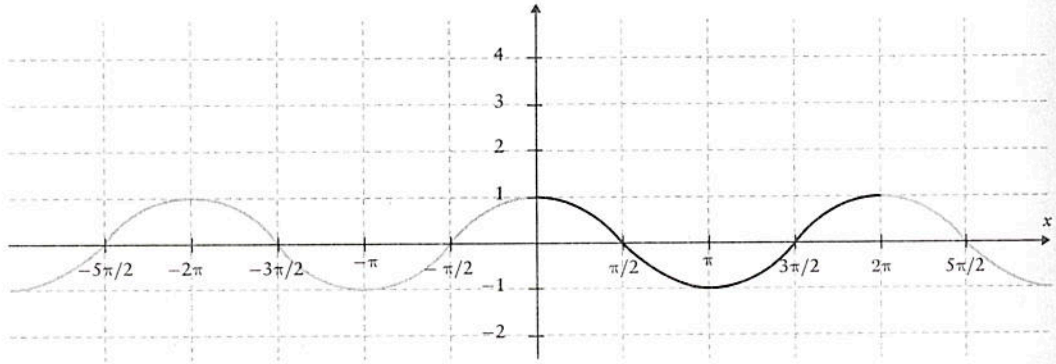
- valor absoluto para $\text{amplitud} = |a|$
- periodo $= \dfrac{2\pi}{b}$ (cuanto abarca una cresta y un valle)
- tamaño del cuadrante $= \dfrac{\text{periodo}}{4}$
- inicio del ciclo; $(bx + c) = 0$
- término del ciclo; $(bx + c) = 2\pi$

Función seno



Cuando la función es positiva indicada por "a" empieza con un máximo seguida de un mínimo como se señala en la gráfica.

Función coseno



Cuando la función es positiva indicada por "a" empieza en la mitad de un máximo seguido de un mínimo y termina con la mitad de otro mínimo como está señalada en la gráfica.

Al analizar las expresiones básicas y cada uno de sus términos concluimos que:

$y = 1 \text{ sen } (1x + 0) + 0$

$a = 1$

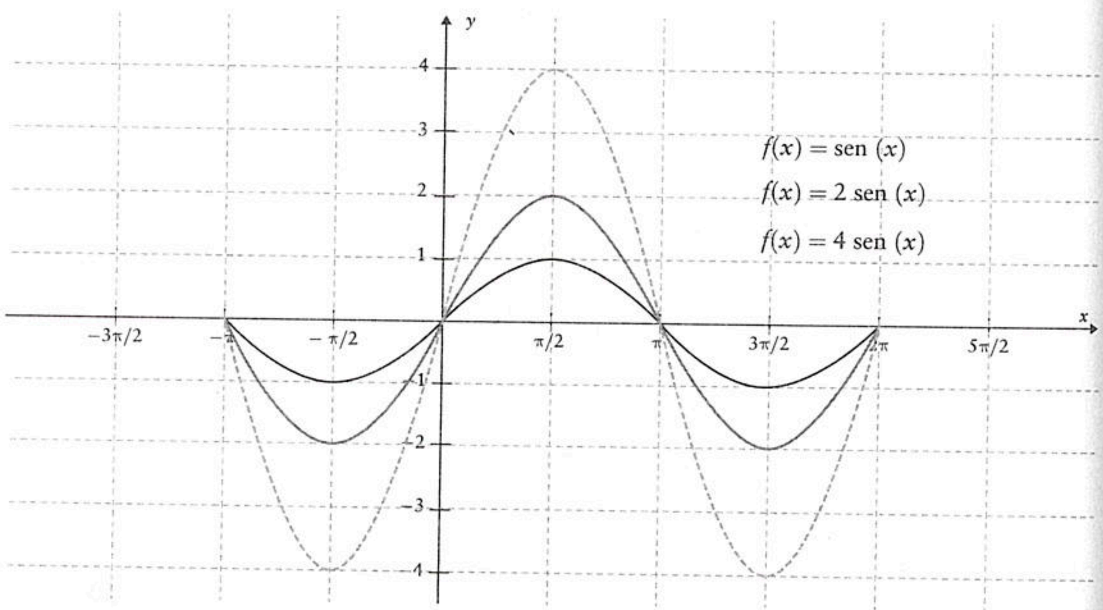
$b = 1$

$c = 0$

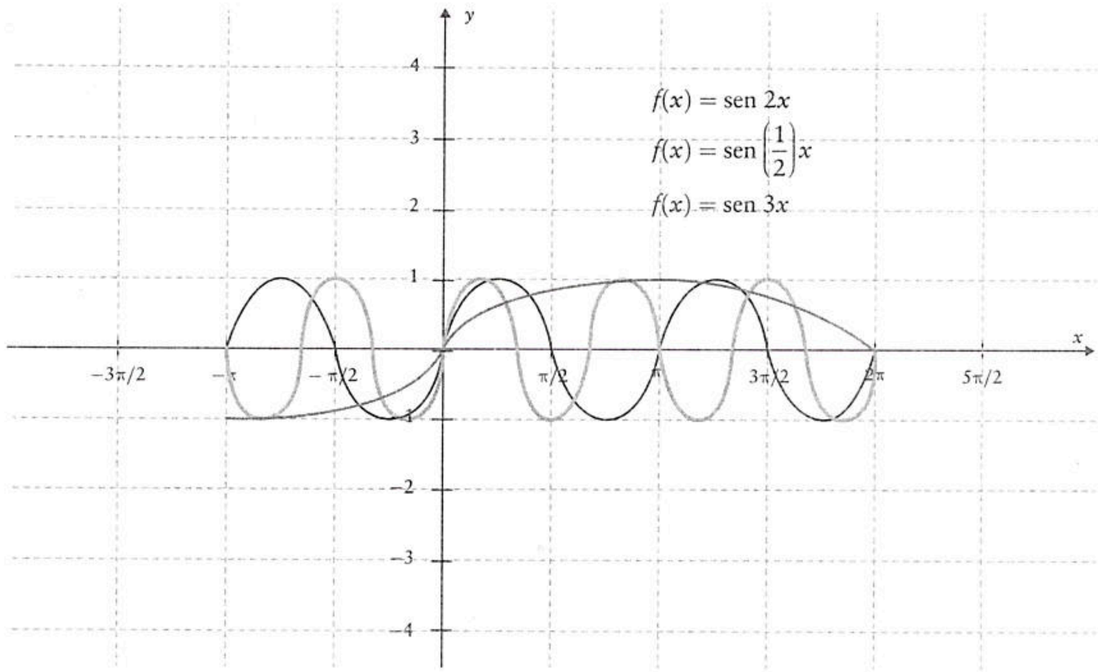
$d = 0$

Para cambiar estos términos lo haremos con ejemplos de la función seno aunque también ocurre exactamente de la misma forma con el coseno

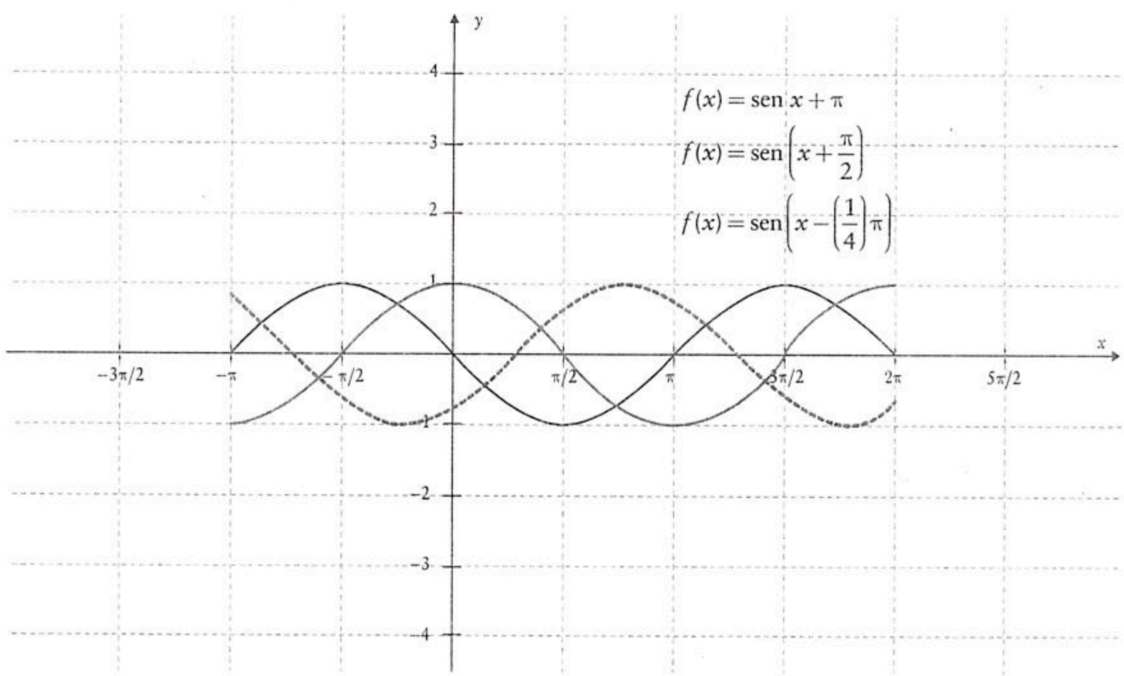
Observa que sucede si se va cambiando la amplitud "a"



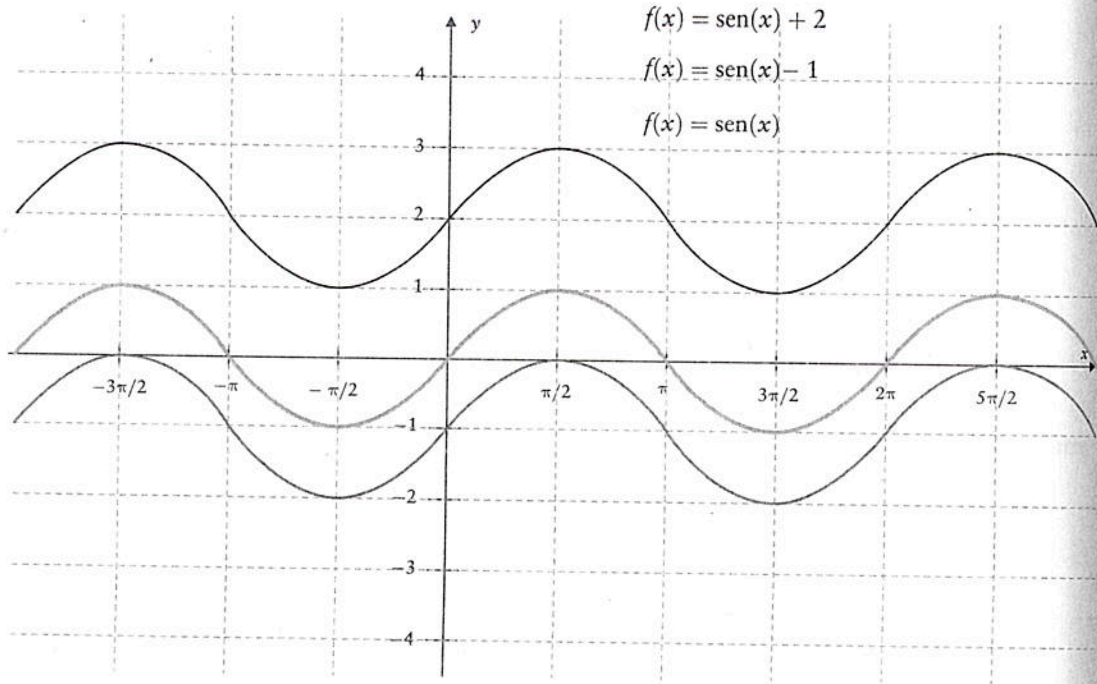
cambiando "b"



cambiando "c"



cambiando "d"



Graficar y obtener el dominio y rango de las funciones del tipo "seno" $y = a \text{ sen } (bx + c) + d$

A continuación damos algunos ejemplos de cómo se grafica una función de este tipo considerando las características estudiadas anteriormente.

Ejemplos:

1. Graficar $y = 3 \text{ sen}\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$ indica su dominio y rango.

   Amplitud $a = |3| = 3$

   periodo $= \frac{2\pi}{b}$ donde $b = 2$ por tanto periodo $= \frac{2\pi}{2} = \pi$

   cuadrante $= \frac{\text{periodo}}{4} = \frac{\pi}{4}$

   inicio $2x + \frac{\pi}{2} = 0$ despejando

   $2x = -\frac{\pi}{2}$ entonces inicia en $x = -\frac{\pi}{4}$