

FUNCIÓN EXPONENCIAL

- ▶ Definir e identificar una función exponencial, establecer su dominio y rango.
- ▶ Conocer las características de la gráfica de una función exponencial.
- ▶ Explorar el cambio gráfico que se produce al modificar la base, los coeficientes y/o los exponentes de una función exponencial utilizando un graficador.
- ▶ Graficar una función exponencial dada y determinar su dominio y rango.
- ▶ Modelar situaciones que puedan ser expresadas como una función exponencial.

OBJETIVOS

- ▶ Las funciones exponenciales tienen gran aplicación en campos como la biología, administración, economía, química y física.
- ▶ Las exponenciales se emplean por ejemplo para calcular el interés compuesto que utilizan la mayoría de los bancos.
- ▶ La geología requiere del planteamiento de ecuaciones logarítmicas para el cálculo de la intensidad de un sismo.



¿EN DONDE SE USA?

- ▶ La maestra pregunta a sus alumnos si prefieren que les den 10 dulces durante 10 días, o bien: 1 dulce el primer día, 2 el segundo, 4 el tercero, 8 el cuarto, 16 el quinto y así sucesivamente, doblando la cantidad hasta llegar al décimo día.

ANALIZA



- ▶ Previamente consideramos funciones que tenían términos de la forma:

$$\textit{base variable}^{\textit{potencia constante}}$$

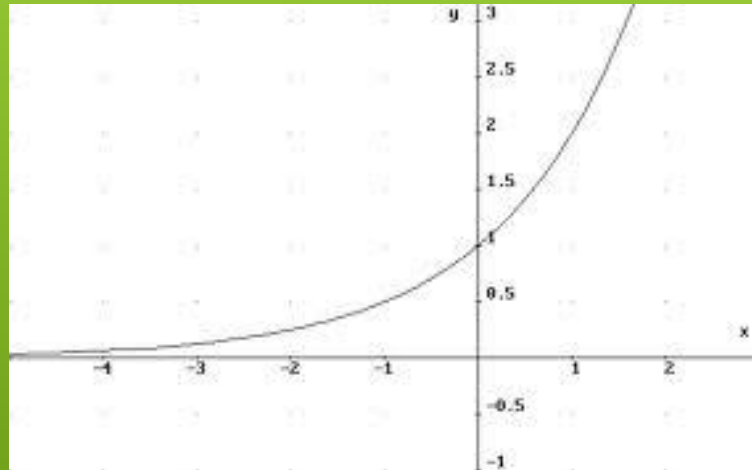
- ▶ Por ejemplo: x^2 , $0.2x^{1.3}$, $x^{2/3}$
- ▶ Ahora analicemos la función que tiene la forma

$$\textit{base constante}^{\textit{potencia variable}}$$

- ▶ Por ejemplo: 2^x , $(1.04)^{2x}$, -3^{-x}

Definición: La función exponencial tiene la forma: $f(x) = a^x$, donde $a > 0$ y $a \neq 1$

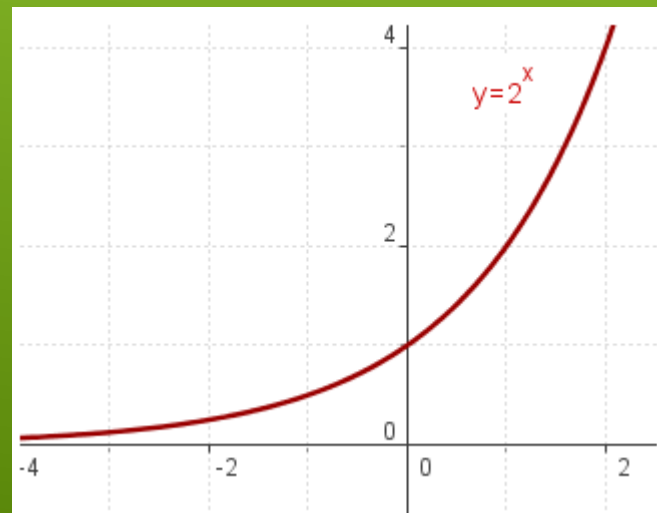
Cada número real x le hace corresponder la potencia a^x se llama **función exponencial de base a y exponente x** .

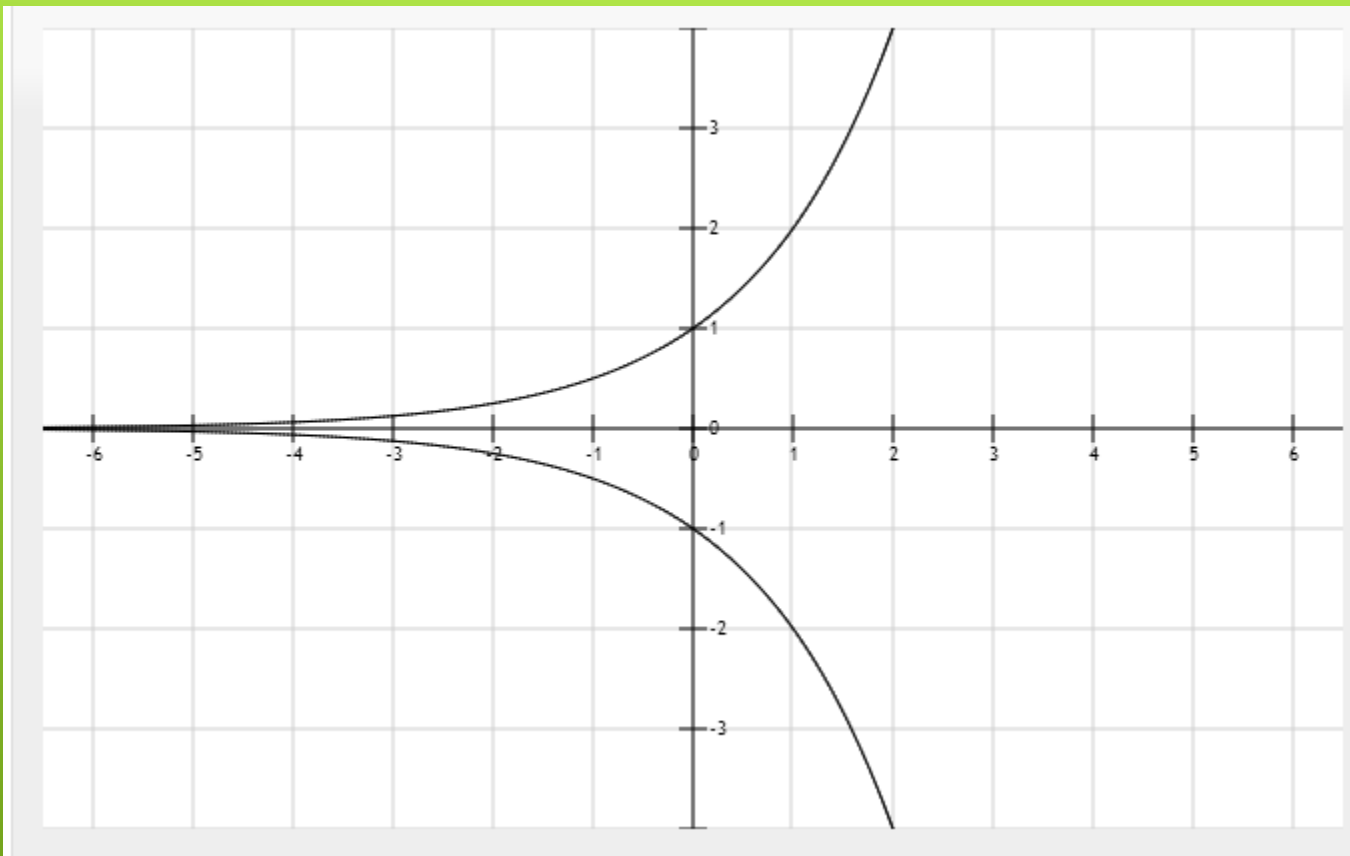


FUNCIÓN EXPONENCIAL

- ▶ Empecemos por considerar la función $f(x) = 2^x$

x	-10	-3	-2	-1	0	1	2	3	10
$y = 2^x$	1/1024	1/8	1/4	1/2	1	2	4	8	1024





- ▶ La gráfica muestra la curva $f(x) = 2^x$ y $f(x) = -2^x$.
- ▶ La definición de función exponencial exige que la base siempre sea positiva y diferente de uno. La condición de que a sea diferente de uno, se debe a que al reemplazar a por 1, la función se transforma en la función constante $f(x) = 1$. Y la condición de que la base no puede ser negativa es porque funciones de la forma $f(x) = (-9)^{1/2}$ no tendrían sentido en los números reales.
- ▶ En el caso de la gráfica $f(x) = -2^x$ se interpreta como $f(x) = -(2)^x$

- ▶ El dominio de la función exponencial está formado por el conjunto de los números reales y su rango está representado por el conjunto de los enteros positivos, de acuerdo a esto observamos las siguientes propiedades:
- ✓ La función existe para cualquier valor de x , es decir el **dominio** de la función es \mathbb{R} .
- ✓ En todos los casos la función pasa por un punto fijo: el $(0,1)$, (basta que hagas $x = 0$), o sea que **siempre corta al eje Y en el punto $(0,1)$** .
- ✓ Los valores de y son siempre positivos para cualquier valor de x , por tanto: **la función siempre toma valores positivos par cualquier valor de x** .
- ✓ Siempre es creciente o decreciente (para cualquier valor de x), dependiendo de los valores de la base. La función es **creciente** si $a > 0$ y **decreciente** si $0 < a < 1$.
- ✓ Si se acerca al eje x tanto como se desee, sin llegar a cortarlo, se dice entonces que el eje x es una **asíntota horizontal**.

DOMINIO Y RANGO DE LA FUNCIÓN EXPONENCIAL

- Grafique la función exponencial de base dos: $f(x) = 2^x$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$							

Para graficar la función se localizan estos puntos en un plano cartesiano, uniéndolos con una curva suave.

IMPORTANTE: observa el comportamiento de la función cuando:

- x crece ilimitadamente.
- x decrece ilimitadamente

GRAFICANDO LA FUNCIÓN EXPONENCIAL

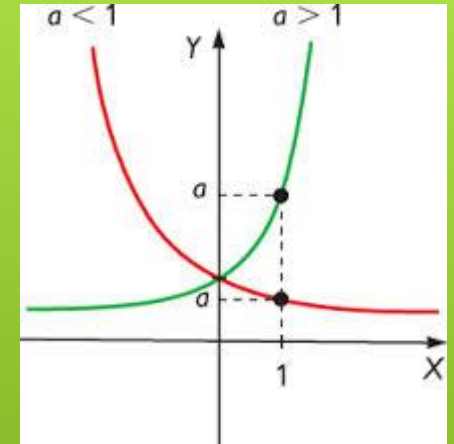
- ▶ Grafique la función exponencial de base 1/2: $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$							

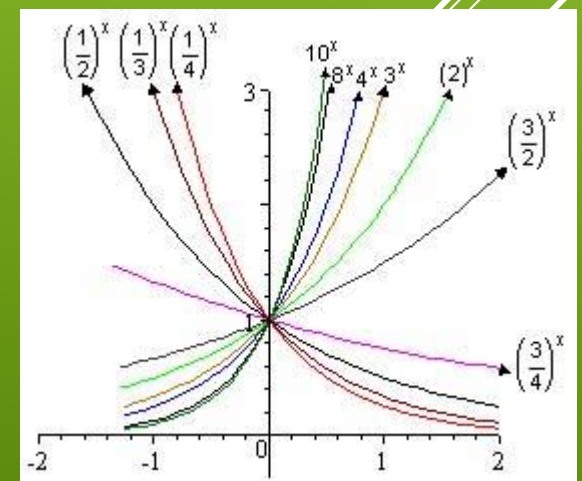
GRAFICANDO LA FUNCIÓN EXPONENCIAL

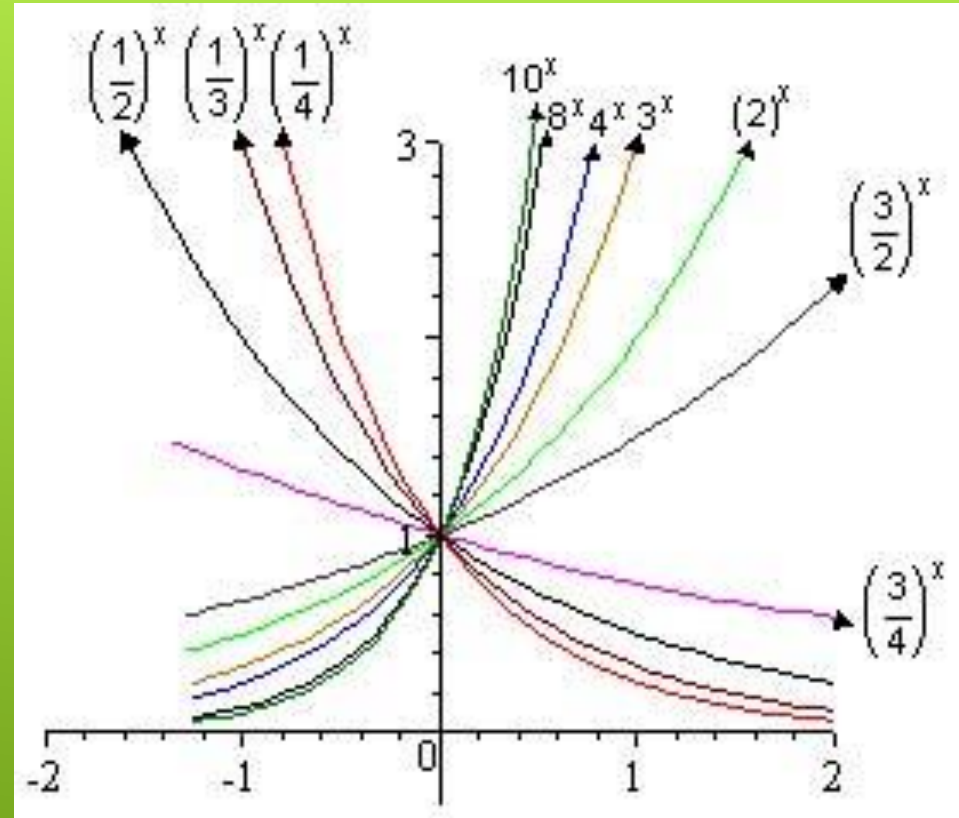
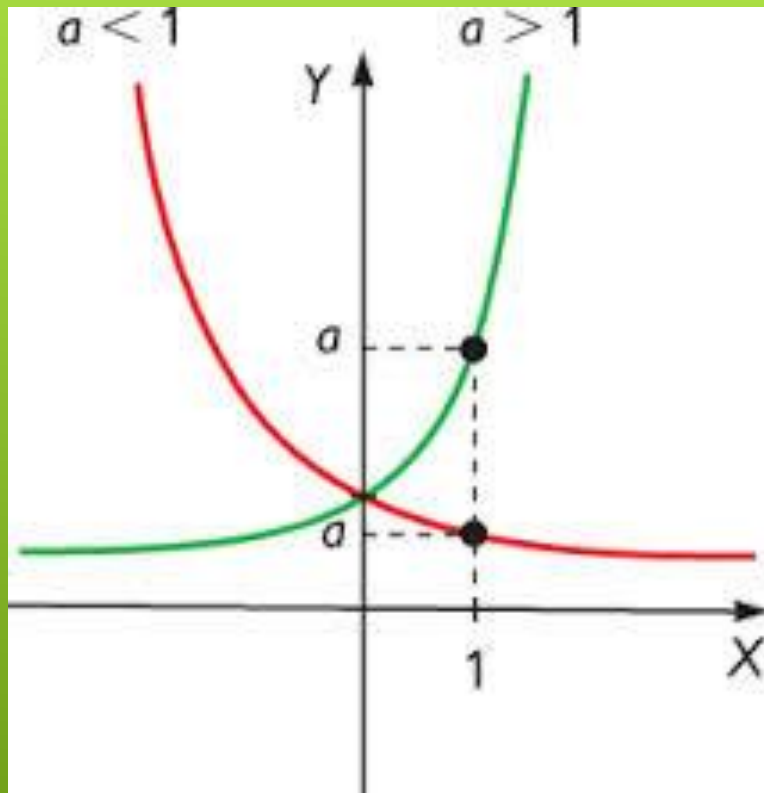
► De acuerdo con lo anterior concluimos:

- ✓ La función exponencial siempre existe para cualquier valor de la variable independiente x .
- ✓ Las gráficas de las funciones exponenciales de la forma $f(x) = a^x$, con $a > 1$ son crecientes. Los valores de la función crecen cuando x aumenta.
- ✓ Las gráficas de las funciones exponenciales de la forma $f(x) = a^x$, con $0 < a < 1$ son decrecientes. Los valores de la función decrecen cuando x aumenta.



GRAFICANDO LA FUNCIÓN EXPONENCIAL



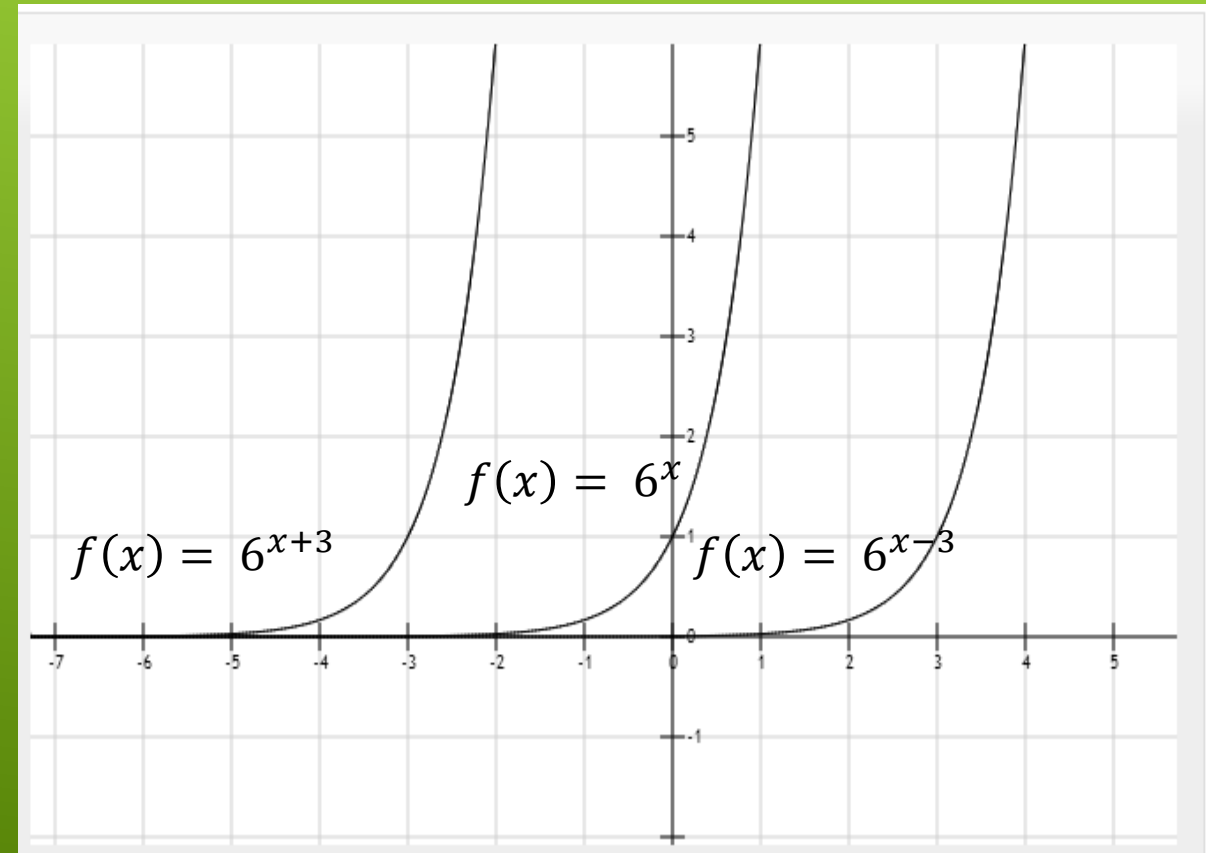


GRAFICANDO LA FUNCIÓN EXPONENCIAL

► DESPLAZAMIENTO HORIZONTAL.

Si a la función $f(x) = a^x$ se le modifica el exponente x por $x \pm c$, la función quedaría como $f(x) = a^{x+c}$, en donde c es una constante positiva, da como resultado un desplazamiento a la derecha si c es negativo y un desplazamiento a la izquierda si c es positivo.

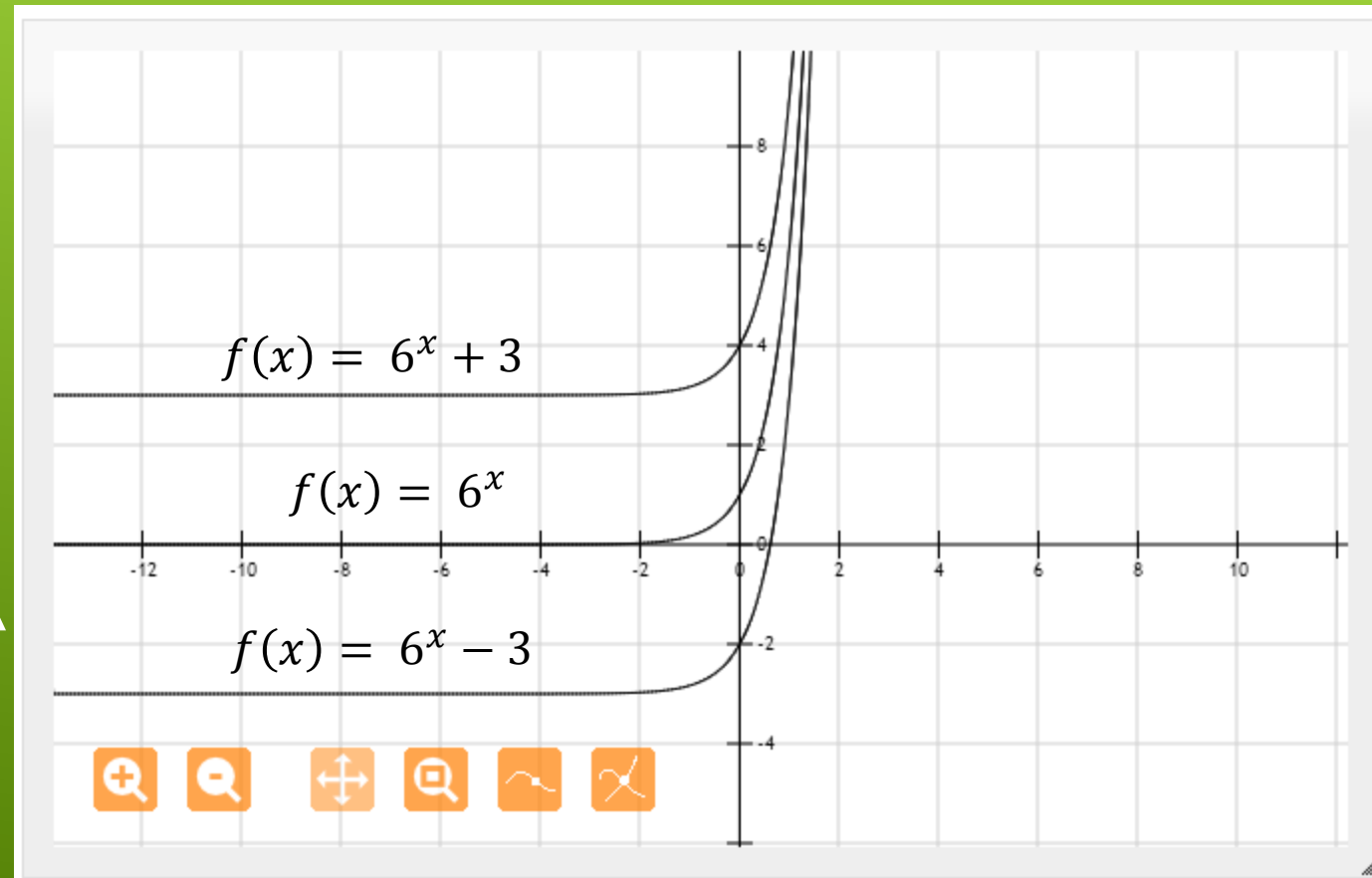
TRANSFORMACIÓN DE UNA FUNCIÓN EXPONENCIAL



► DESPLAZAMIENTO VERTICAL.

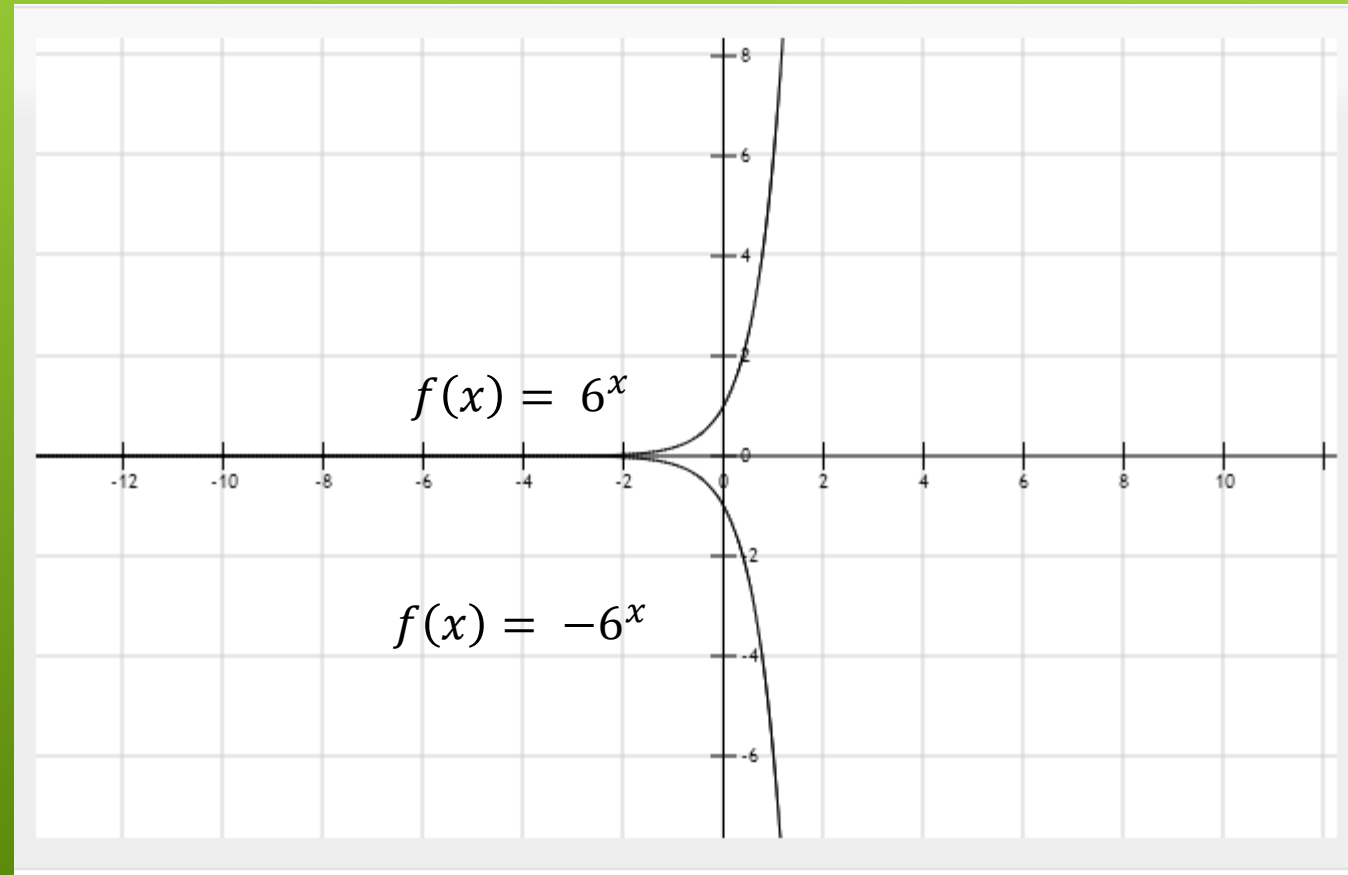
Si ahora se suma una constante a la función $f(x) = a^x$, la función quedaría como $f(x) = a^x \pm c$, da como resultado un desplazamiento hacia abajo si c es negativo y un desplazamiento arriba si c es positivo.

TRANSFORMACIÓN DE UNA FUNCIÓN EXPONENCIAL



► REFLEXIÓN CON EL EJE X

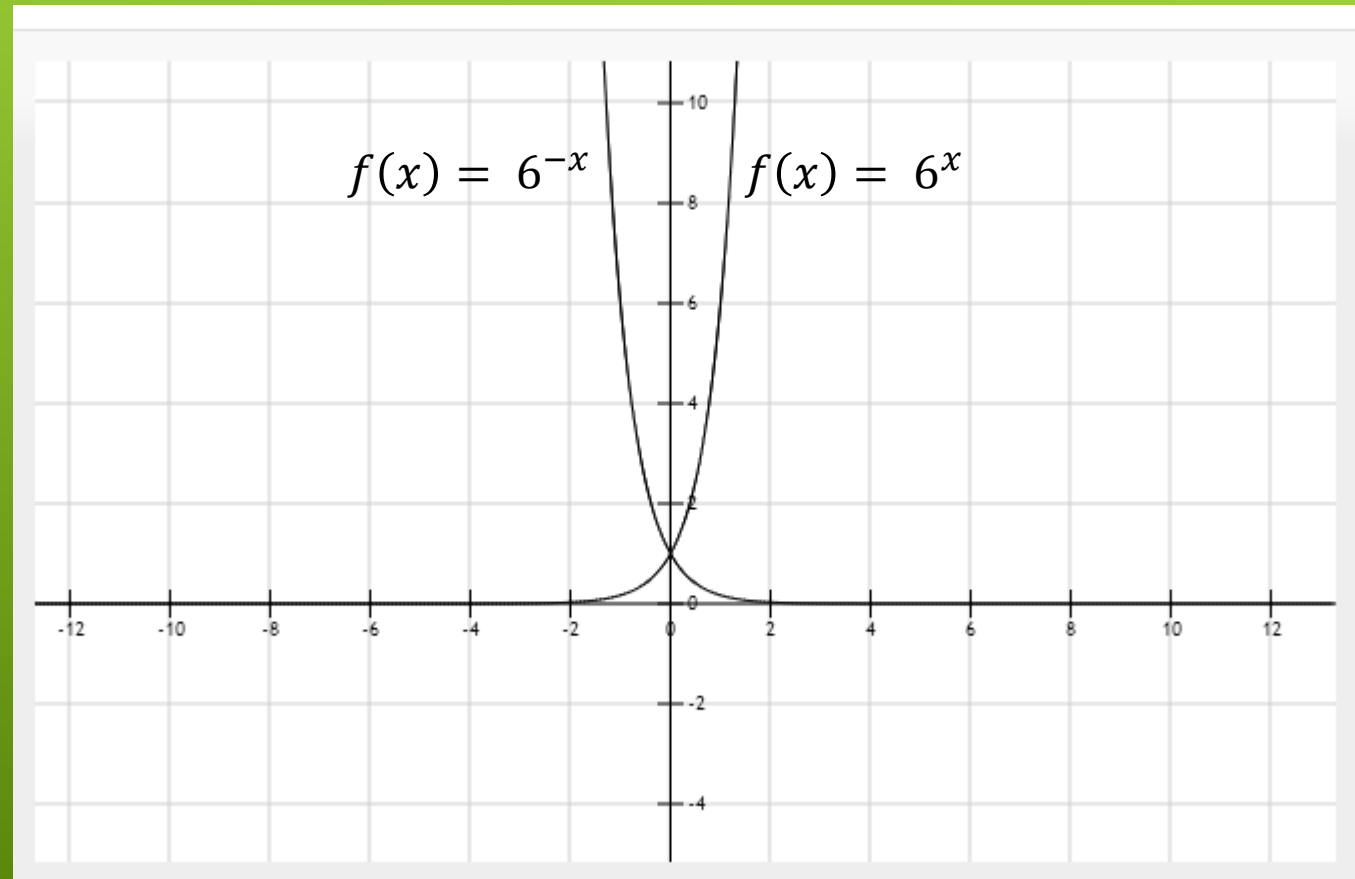
La transformación necesaria para que haya una reflexión de la exponencial con respecto al eje x, consiste en hacer $-f(x)$



TRANSFORMACIÓN DE UNA FUNCIÓN EXPONENCIAL

► REFLEXIÓN CON EL EJE Y

La modificación que se hace a $f(x)$, es en el exponente de la constante, para que quede de la forma $f(x) = a^{-x}$



TRANSFORMACIÓN DE UNA FUNCIÓN EXPONENCIAL

▶ REALIZA LOS EJERCICIOS DEL LIBRO
nº: 1, 2, 3, 4, 5, Y 9.

ACTIVIDAD EN CLASES